1. **目的**

気柱の共鳴により空気中における音の伝搬速度を測定する.

2. **原理**

(a) 音波の基本式

$\lambda$ : 音波の波長, $T$ : 周期, $f$ : 振動数, $v$ : 伝搬速度 とすると,

$$v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda \tag{1}$$

(b) 気柱の振動

$l$ : 閉管の長さ, $\lambda_m$ : 固有振動の波長 とすると,

$$l = (2n-1)\frac{\lambda_m}{4} \quad (n \in N) \tag{2}$$

しかし, 実際には管内に出入りすす空気の流れは管内で急に広がらないから, この定常波の腹にあたるところは管内から口端補正 $C$ だけ外側にある. よって気柱の長さは,

$$l = (2n-1)\frac{\lambda_m}{4} - C \quad (n \in N) \tag{3}$$

となる. また, $\lambda$ を求めるには共鳴する水面の位置 $a_1, a_2, a_3, \cdots$ を読み取り,

$$a_3 - a_1 = \lambda_{13}, \quad a_4 - a_2 = \lambda_{24}, \quad \lambda = (\lambda_{13} + \lambda_{24})/2 \tag{4}$$

となればよい. $a_4$ まで得られないときは,

$$2(a_2 - a_1) = \lambda_{12}, \quad a_3 - a_1 = \lambda_{13}, \quad \lambda = (\lambda_{12} + \lambda_{13})/2$$

とし, $a_3$ も得られないときは, $2(a_2 - a_1) = \lambda$ とする.

(c) 音の速度

$V_t$ : 実験中の速度, $V_0$ : 0 ℃ の乾燥した空気中の速度, $t$ : 温度, $e$ : 飽和水蒸気圧, $p$ : 気圧 とすると,

$$V_0 = V_t \left\{ 1 - 0.00183t - \frac{3e}{16p} \right\} \tag{5}$$

なお, 実験中の音の速度 $V_t$ は $\gamma$ : 空気の定圧比熱と定積比熱の比, $p$ : 大気圧, $\rho$ : 密度 [kg/m$^3$] として, 理論上

$$V_t = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \tag{6}$$

3. **実験装置**

音叉, ゴム槌, 共鳴用ガラス管 (内径 29.45[mm]), 水位変化装置, 温度計

4. **実験方法**

図 1 に装置概要を示す.

(a) まず気温を温度計で測り, これを $t_1$ とする.

(b) 容器 E を静かに吊り上げて, 管内の水面を管口近くに上げ, 音叉を打ち鳴らして管口 A の上方に持ち近づけ、容器 E を徐々に下げて水面を次第に下げる。水面がある高さ B に来ると音が強く聞こえる。その最強時の水面の位置を読み取る．次に水面をしたから次第に上げて、再び B に来て強く聞こえるときの水面を位置を読み取り, 両者の平均 $a_1$ とする．

(c) 次に水面を B から AB の 2 倍ぐらい下の C に下げれば共鳴するはずであるから, その位置を B と同様にして求め, その読みを $a_2$ とする．さらに水面を AB の 4 倍, 6 倍ぐらい下げて次の共鳴点 D, E などが求められたら, その読みを $a_3$, $a_4$ 等にする．

(d) 終わりに再び気温を測りこれを $t_2$ とし, $t_1$ との平均 $t$ を測定中の温度とする．管内は水蒸気で飽和しているとみなされるから, $t$[℃] における飽和水蒸気圧を表から求めて $e$[kPa] とする．圧力の変化は音速に影響しないから、気圧 $p$ は 101.3[kPa] として差し支えない．

(e) 管の直径を測って半径 $r$ を求め、管口の物差しの読み $a_0$ をとって,

$$a_1 - a_0 = l_1 = \frac{\lambda}{4} - C \tag{7}$$

より, 得られた $\lambda$ を使って口端の補正係数 $C/r$ を求める．

5. **結果**

(a) 大気圧：$1.013 \times 10^5$[Pa], 気温：21[℃], 飽和水蒸気圧：17.644[Pa], 管口の物差し読み ($a_0$)：94[mm]

(b) 各場合の水面位置を表 1〜2 に示す．

(c) 波長 $\lambda$ を式 (4) より計算する．例えば, 表 1 の 1 回目の数値を用いると, 水面上昇時は

$$
\begin{aligned}
a_3 - a_1 &= \lambda_{13} \quad \text{より} \\
485 - 155 &= \lambda_{13} \\
\therefore\ \lambda_{13} &= 330\ [\mathrm{mm}] \\
a_4 - a_2 &= \lambda_{24} \quad \text{より} \\
655 - 320 &= \lambda_{24} \\
\therefore\ \lambda_{24} &= 335\ [\mathrm{mm}] \\
\lambda &= (\lambda_{13} + \lambda_{24})/2 \quad \text{より} \\
\lambda &= (330 + 335)/2 \\
\therefore\ \lambda &= 332.5\ [\mathrm{mm}]
\end{aligned}
$$

そして以下同様に行い, 表 3〜4 に示す.

(d) $V_t$ を式 (1) より (a) で求めた $\lambda$ を用いて計算する．例えば, 表 3 の水面上昇時の $V_t$ は,

$$
\begin{aligned}
V_t &= f\lambda \quad \text{より} \\
V_t &= 1000 \times 332.5 \\
\therefore\ V_t &= 332.5\ [\mathrm{m/s}]
\end{aligned}
$$

そして以下同様に行い, 表 3〜4 に示す.

(e) $V_0$ を式 (5) より (c) で求めた $V_t$ を用いて計算する．例えば, 表 3 の水面上昇時の $V_0$ は,

$$
\begin{aligned}
V_0 &= V_t \left\{ 1 - 0.00183t - \frac{3e}{16p} \right\} \quad \text{より} \\
V_0 &= 332.5 \times \left\{ 1 - 0.00183 \times 21 - \frac{3 \times 17.644}{16 \times 1.013 \times 10^5} \right\} \\
\therefore\ V_0 &= 319.7\ [\mathrm{m/s}]
\end{aligned}
$$

そして以下同様に行い, 表 3〜4 に示す.

(f) $C$ を式 (7) より求め, 最終的に $C/r$ を計算する．例えば, 表 3 の水面上昇時の $C/r$ は,

$$
\begin{aligned}
a_1 - a_0 &= \frac{\lambda}{4} - C \quad \text{より} \\
155 - 94 &= \frac{332.5}{4} - C \\
C &= 22.125 \\
\therefore\ \frac{C}{r} &= \frac{22.125}{(29.45/2)} \\
&= 1.503
\end{aligned}
$$

そして以下同様に行い, 表 3〜4 に示す.

(g) 表 1〜4 の各平均の数値を用いて, 水面上昇時と水面下降時の平均を表 5〜6 に示す.

表 1　共鳴点（$f = 1$[kHz]）　単位 [mm]

| | 水面上昇時 | | | | 水面下降時 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 回 | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
| 1 | 155 | 320 | 485 | 655 | 155 | 320 | 485 | 650 |
| 2 | 150 | 315 | 485 | 650 | 150 | 315 | 485 | 650 |
| 3 | 155 | 320 | 490 | 665 | 155 | 320 | 485 | 660 |
| 4 | 150 | 320 | 495 | 660 | 155 | 320 | 490 | 655 |
| 5 | 155 | 320 | 490 | 655 | 150 | 320 | 490 | 660 |
| 平均 | 153 | 319 | 489 | 657 | 153 | 319 | 487 | 655 |

表 2　共鳴点（$f = 2$[kHz]）　単位 [mm]

| | 水面上昇時 | | | | 水面下降時 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 回 | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
| 1 | 110 | 180 | 275 | 350 | 110 | 190 | 270 | 345 |
| 2 | 115 | 190 | 265 | 345 | 110 | 190 | 275 | 350 |
| 3 | 120 | 190 | 270 | 345 | 115 | 180 | 265 | 340 |
| 4 | 110 | 185 | 260 | 340 | 115 | 190 | 270 | 345 |
| 5 | 115 | 190 | 265 | 345 | 115 | 185 | 260 | 345 |
| 平均 | 114 | 187 | 267 | 345 | 113 | 187 | 268 | 345 |

表 3　計算結果（$f = 1$[kHz]）

| | 水面上昇時 | | | | 水面下降時 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 回 | $\lambda$[mm] | $V_t$[m/s] | $V_0$[m/s] | $C/r$ | $\lambda$[mm] | $V_t$[m/s] | $V_0$[m/s] | $C/r$ |
| 1 | 332.5 | 332.5 | 319.7 | 1.503 | 330 | 330 | 317.3 | 1.46 |
| 2 | 335 | 335 | 322.1 | 1.885 | 335 | 335 | 322.1 | 1.885 |
| 3 | 340 | 340 | 326.9 | 1.63 | 337.5 | 337.5 | 324.5 | 1.927 |
| 4 | 342.5 | 342.5 | 329.3 | 2.012 | 335 | 335 | 322.1 | 1.545 |
| 5 | 335 | 335 | 322.1 | 1.545 | 340 | 340 | 326.9 | 1.969 |
| 平均 | 337 | 337 | 324 | 1.715 | 335.5 | 335.5 | 322.6 | 1.757 |

表 4　計算結果（$f = 2$[kHz]）

| | 水面上昇時 | | | | 水面下降時 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 回 | $\lambda$[mm] | $V_t$[m/s] | $V_0$[m/s] | $C/r$ | $\lambda$[mm] | $V_t$[m/s] | $V_0$[m/s] | $C/r$ |
| 1 | 167.5 | 335 | 322.1 | 1.757 | 157.5 | 315 | 302.9 | 1.587 |
| 2 | 152.5 | 305 | 293.3 | 1.163 | 160 | 320 | 307.7 | 1.639 |
| 3 | 152.5 | 305 | 293.3 | 0.8234 | 155 | 310 | 298.1 | 1.205 |
| 4 | 152.5 | 305 | 293.3 | 0.8234 | 155 | 310 | 298.1 | 1.205 |
| 5 | 152.5 | 305 | 293.3 | 1.163 | 155 | 310 | 298.1 | 1.205 |
| 平均 | 155.5 | 311 | 299.1 | 1.146 | 156.5 | 313 | 301 | 1.368 |

表 5　共鳴点　単位 [mm]

| | $f = 1$[kHz] | | | | $f = 2$[kHz] | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
| 平均の平均 | 153 | 319 | 488 | 655 | 113.5 | 187 | 267.5 | 345 |

表 6　計算結果

| | $f = 1$[kHz] | | | | $f = 2$[kHz] | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\lambda$[mm] | $V_t$[m/s] | $V_0$[m/s] | $C/r$ | $\lambda$[mm] | $V_t$[m/s] | $V_0$[m/s] | $C/r$ |
| 平均の平均 | 336.3 | 336.3 | 323.3 | 1.732 | 156 | 312 | 300.1 | 1.257 |

## 6. 考察

式 (6) を用いて理論上の $V_0$ を計算すると,

$$V_0 = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad \text{より}$$
$$V_0 = \sqrt{\frac{1.403 \times 1.013 \times 10^5}{1.293}}$$
$$\therefore \ V_0 = 331.5 \text{ [m/s]}$$

となるから, 表 6 の $V_0$ と比較すると, $f = 1$[kHz] の時は $V_0 = 323.3$[m/s] であるから, $(1 - 323.3/331.5) \times 100 = 2.474$[%] の誤差があり, $f = 2$[kHz] の時は $V_0 = 300.1$[m/s] であるから, $(1 - 300.1/331.5) \times 100 = 9.472$[%] の誤差があったので, どちらも理論上の $V_0$ より遅く, $f = 2$[kHz] の時の方が $f = 1$[kHz] の時より誤差が 7.002[%] 大きかった．これは共鳴点が正確にわからないため, $a$ を目分量で読み取ったからで, $f$ =2[KHz] の時は共鳴点が分かりにくかったので, 余計に目立った．そして, 結果的に $\lambda$ を実際の値より短くなるように $a$ を読み取ったので, $V_0$ が理論上の $V_0$ より遅くなった.

また, $V_t = 331.5 + 0.6t$ の関係式があるから, 実験中の理論上の $V_t$ は

$$V_t = 331.5 + 0.6 \times 21 \quad \text{より}$$
$$\therefore\ V_t = 344.1\ [\mathrm{m/s}]$$

となるから, 表 6 の $V_t$ と比較すると, $f = 1$[kHz] の時は $V_t = 336.3$[m/s] であるから, $(1 - 336.3/344.1) \times 100 = 2.267$[%] の誤差があり, $f = 2$[kHz] の時は $V_t = 312$[m/s] であるから, $(1 - 312/344.1) \times 100 = 9.329$[%] の誤差があったので, どちらも理論上の $V_t$ より遅く, $f = 2$[kHz] の時の方が $f = 1$[kHz] の時よりも誤差が 7.062[%] 大きかった．誤差の原因は $V_0$ と同じと思える．

そして, 口端の補正係数 $C/r$ については理論上では 0.6 であるが, 実験結果は $f = 1$[kHz] の時で 1.732, $f = 2$[kHz] の時で 1.257 だったので, 誤差はそれぞれ 188.7[%],109.5[%] と大きくずれた．0.6 という数値は $\lambda$ が $r$ に比べて十分大きい時に成り立つらしいが, 表 3 と表 4 を見比べてみると表 3 の方が $\lambda$ が大きいにもかかわらず, $C/r$ の値が表 4 の方よりも 79.2[%] 大きく外れているので, 本当に理論上の数値が正しいかどうか分からない．しかし, この実験では最高で $\lambda = 23r$ 程度なので, これを $\lambda = 100r$ ぐらいにしたら理論と一致するかもしれない．

さらに, $f = 1$[kHz] と $f = 2$[kHz] の $V_0$, $V_t$, $C/r$ の数値を平均すると, $V_0 = 324.2$[m/s], $V_t = 311.7$[m/s], $C/r = 1.495$ となり, 理論上の値と比較すると誤差はそれぞれ 2.202[%], 9.416[%], 149.2[%] となった．