

1. 実験の目的

拡大伝熱面であるフィンからの放熱について、理論と実験の両面から取り扱うことによって、熱工学において重要である伝熱現象の扱い方を原理的・実践的に理解する。

2. フィンからの放熱に関する実験

(1) 実験装置

図のように、直径 $d = 8 \text{ mm}$ のアルミのロッドが厚さ 5 mm のベークライト板を貫いて水平に設置されている。左側の部分が約 $100 \text{ }^\circ\text{C}$ の熱風で加熱され、右側の部分から空气中に放熱する。したがって右側の部分がフィンの働きをしている。加熱は熱風発生器により発生する熱風によりなされている。

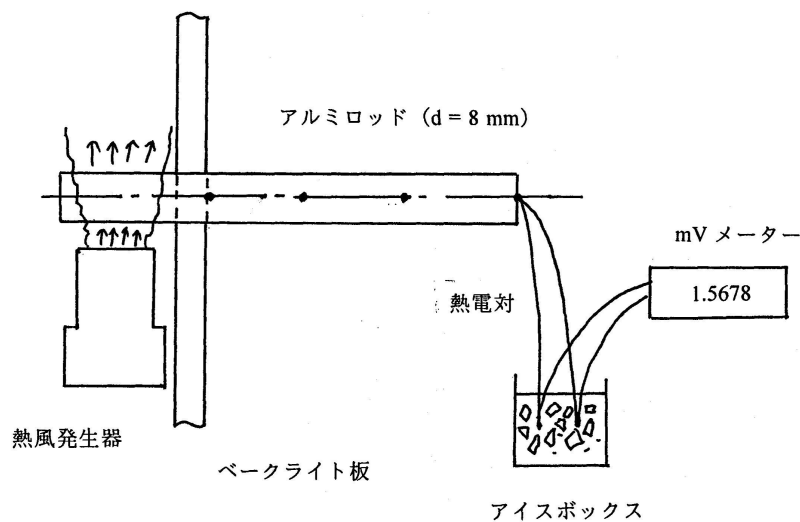


図1 実験装置

(2) フィンに沿う温度分布の測定

加熱を開始して熱的定常状態になってからフィンに沿う表面温度の測定を行う。温度の測定はクロメル・アルメル熱電対 (直径 0.08 mm) を用いて行う。熱電対の設定位置は、フィン (右側ロッド) の付け根、フィンの先端、中間、さらにその中間の5点とする。熱電対のゼロ接点には魔法瓶に入れた氷水を用いる。熱電対出力 $E \text{ [mV]}$ はデジタル mV メータで測定し、次式で温度に変換する。

$$t = E/0.041 \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (1)$$

この式は $0 < t < 100 \text{ }^\circ\text{C}$ の範囲で十分成立する。

3. 資料・理論解析

フィンでは、熱は根元から先端に向かって伝導で伝わると同時に、表面から周囲の流体に伝達で放出が行われる。このような場合の基本として、図2に示すように、空气中に突き出している金属丸棒を考える。丸棒の断面積を S 、周囲の長さを l_p 、棒の根元の温度は t_0 、棒から十分離れたところの温度は t_∞ とする。

図に示すように、根元から x の距離のところ、微小幅 Δx の円板を考え、ここにおける熱の出入りを考える。棒は金属なので、熱の伝わりがよいため各断面では温度は一樣と考えられるから、円板に左側から単位時間当たり流入する熱流量は

$$\Delta Q_L = -\lambda S \frac{d}{dx} \left(t - \frac{dt}{dx} \frac{\Delta x}{2} \right) \quad (2)$$

であり、右側から熱伝導により流出する熱流量は

$$\Delta Q_R = -\lambda S \frac{d}{dx} \left(t + \frac{dt}{dx} \frac{\Delta x}{2} \right) \quad (3)$$

である。また、周の表面（平均温度 t ）から熱伝達で温度 t_∞ の周囲へ放出される熱流量は

$$\Delta Q_c = hl_p \Delta x (t - t_\infty) \quad (4)$$

定常状態では $\Delta Q_L - \Delta Q_R = \Delta Q_c$ であるから、上式より

$$\lambda S \frac{d^2 t}{dx^2} = hl_p (t - t_\infty) \quad (5)$$

となる。ここで、 $t - t_\infty = \theta$ 、 $\sqrt{\frac{hl_p}{\lambda S}} = m$ とおけば、式(5)は

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = m^2 \theta \quad (6)$$

h が x に無関係ならば、 m は一定であるから、この微分方程式の一般解は

$$\theta = (t - t_\infty) = c_1 e^{mx} + c_2 e^{-mx} \quad (7)$$

となる。

この場合の境界条件としては、まず一番簡単な例として、棒が無限に長い場合を考える。この場合棒の温度は根元の温度 t_0 から減少していき、無限大の距離のところにある棒の先端では、周囲の温度 t_∞ と同じになる。したがって境界条件は

$$x = 0 \text{ で } t = t_0, \quad x = \infty \text{ で } t = t_\infty$$

となる。これを式(7)に代入して、定数 c_1, c_2 を求めれば

$$c_1 = 0, \quad c_2 = t_0 - t_\infty$$

となり、これを式(7)に代入すれば、温度分布の式は

$$t = t_\infty + (t_0 - t_\infty) e^{-mx} \quad (8)$$

となる。また棒の表面から放出される熱流量 Q_0 は、すべて $x = 0$ の断面から棒に供給されるから

$$Q_0 = -\lambda S \left(\frac{dt}{dx} \right)_{x=0} = \lambda S m (t_0 - t_\infty) = \sqrt{hl_p \lambda S} (t_0 - t_\infty) \quad (9)$$

となる。

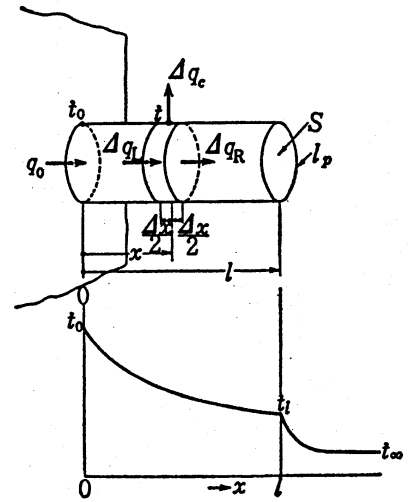


図2 高温壁から突き出した丸棒における熱移動

次にもう少し短い棒を考える．この場合、棒の先端での温度は周囲温度までは下がっていないが、途中でかなり放熱して、温度分布の勾配はほとんど水平になっているとする．このような場合には境界条件は

$$x = 0 \text{ で } t = t_0, \quad x = l \text{ で } \left(\frac{dt}{dx} \right)_t = 0$$

したがって式 (7) より

$$t_0 - t_\infty = c_1 + c_2, \quad c_1 m e^{ml} - c_2 m e^{-ml} = 0$$

これより定数 c_1, c_2 は

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{t_0 - t_\infty}{1 + e^{2ml}} \\ c_2 &= \frac{t_0 - t_\infty}{1 + e^{2ml}} e^{2ml} \end{aligned} \quad (10)$$

となる．これを式 (7) に代入して、温度分布の式を求める．

$$t = t_\infty + \frac{t_0 - t_\infty}{1 + e^{2ml}} (e^{mx} + e^{2ml} e^{-mx}) \quad (11)$$

また同様に、棒から放出される熱流量は

$$\begin{aligned} Q_0 &= -\lambda S \left(\frac{dt}{dx} \right)_{x=0} = \lambda S m (t_0 - t_\infty) \frac{e^{2ml} - 1}{e^{2ml} + 1} \\ &= \sqrt{hl_p \lambda S} (t_0 - t_\infty) \tanh ml \end{aligned} \quad (12)$$

となる．

短い棒の場合には、フィンに対しても厳密に適用できる．この場合には、棒の温度は先端ではまだ十分に下がりがきっていない．このときの境界条件は

$$x = 0 \text{ で } t = t_0, \quad x = l \text{ で } \frac{Q_l}{S} = h(t_l - t_\infty) = -\lambda \left(\frac{dt}{dx} \right)_l$$

また $t = t_l$ (棒先端表面温度)

この条件より式 (7) の定数 c_1, c_2 は

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{t_0 - t_\infty}{1 + B e^{-2ml}} B e^{-2ml} \\ c_2 &= \frac{t_0 - t_\infty}{1 + B e^{-2ml}} \end{aligned} \quad (13)$$

となる．ここで

$$B = \frac{\lambda m - h}{\lambda m + h} \quad (14)$$

したがって温度分布の式は

$$t = t_\infty + \frac{t_0 - t_\infty}{1 + B e^{-2ml}} (B e^{-2ml} e^{mx} + e^{-mx}) \quad (15)$$

また、棒から放出される熱流量は

$$Q_0 = -\lambda S \left(\frac{dt}{dx} \right)_{x=0} = \sqrt{hl_p \lambda S} (t_0 - t_\infty) \frac{1 - B e^{-2ml}}{1 + B e^{-2ml}} \quad (16)$$

となる．断面積一定のフィンにおける温度分布や放熱量を求めるには、上記の式で丸棒の断面積の代わりにフィンの実際の断面積を代入すれば求めることができる．

4. 実験結果・考察

各フィンの測定値を表 1 に示す．

表 1 各フィンの測定値

| フィンの長さ l [mm] | 根元からの距離 x [mm] | 熱電対出力 E [mV] | 温度 t [°C] |
|-----------------|------------------|----------------|-------------|
| 60 | 0 | 3.10 | 75.6 |
| | 15 | 2.94 | 71.7 |
| | 30 | 2.87 | 70.0 |
| | 45 | 2.86 | 69.8 |
| | 60 | 2.70 | 65.9 |
| 150 | 0 | 2.55 | 62.2 |
| | 37.5 | 2.22 | 54.1 |
| | 75 | 2.03 | 49.5 |
| | 112.5 | 1.95 | 47.6 |
| | 150 | 1.95 | 47.6 |
| 300 | 0 | 2.64 | 64.4 |
| | 75 | 2.03 | 49.5 |
| | 150 | 1.67 | 40.7 |
| | 225 | 1.50 | 36.6 |
| | 300 | 1.44 | 35.1 |

温度 t は，式 (1) を用いて算出する．例えば，長さ 60 mm のフィンで根元の熱電対出力 E が 3.10 mV の場合は，

$$\begin{aligned}
 t &= E/0.041 \text{ より} \\
 &= 3.10/0.041 \\
 \therefore t &= 75.6 \text{ } ^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

というように，以下同様に行う．なお，実験時の室温は， E が 1.03 mV より 25.1 °C であった．

そして，各フィンの温度分布の実験結果グラフを図 3 に示す．

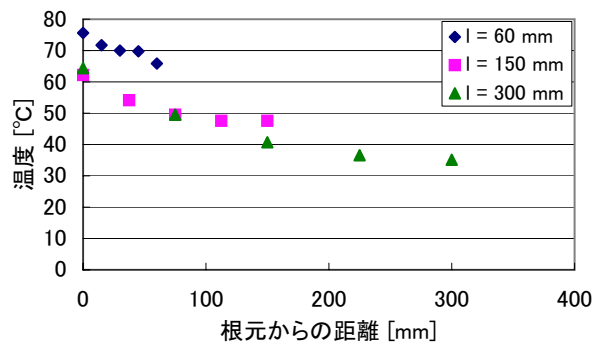


図 3 各フィンの温度分布の実験結果グラフ

次に，3. で述べた m の値を求めてから，実験値に最も合う h を求める．フィンの長さが 300 mm の場合を

採用して、根元から各測定点の温度と距離ををそれぞれ $t_0, t_1, \dots, t_4, x_0, x_1, \dots, x_4$ とすると、式 (8) から、

$$\begin{aligned} t_1 &= t_\infty + (t_0 - t_\infty)e^{-mx_1} \\ t_3 &= t_\infty + (t_0 - t_\infty)e^{-mx_3} \quad \text{より} \\ \frac{t_1 - t_\infty}{t_3 - t_\infty} &= e^{m(x_3 - x_1)} \end{aligned}$$

両辺に自然対数をとると

$$\begin{aligned} \ln \frac{t_1 - t_\infty}{t_3 - t_\infty} &= m(x_3 - x_1) \\ m &= \frac{1}{x_3 - x_1} \ln \frac{t_1 - t_\infty}{t_3 - t_\infty} \end{aligned}$$

表 1 の値を代入して

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{225 \times 10^{-3} - 75 \times 10^{-3}} \ln \frac{49.5 - 25.1}{36.6 - 25.1} \\ \therefore m &= 5.01 \text{ 1/m} \end{aligned}$$

となる。また、アルミの熱伝導率 $\lambda = 206 \text{ W/mK}$ を用いて、

$$\begin{aligned} m &= \sqrt{\frac{hl_p}{\lambda S}} \quad \text{より} \\ 5.01 &= \sqrt{\frac{h \cdot 2\pi \cdot 4 \times 10^{-3}}{206 \cdot \pi \cdot (4 \times 10^{-3})^2}} \\ \therefore h &= 10.3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \end{aligned}$$

となる。

次に、 m と h の値を用いて、式 (8)、(11)、(15) から理論上の温度を求める。例えば、フィンの長さが 60 mm の場合は式 (15) を用い、

$$\begin{aligned} t_1 &= t_\infty + \frac{t_0 - t_\infty}{1 + Be^{-2ml}} (Be^{-2ml} e^{mx_1} + e^{-mx_1}) \quad \text{より} \\ &= 25.1 + \frac{75.6 - 25.1}{1 + 0.994e^{-2 \cdot 5.01 \cdot 60 \times 10^{-3}}} (0.994e^{-2 \cdot 5.01 \cdot 60 \times 10^{-3}} e^{5.01 \cdot 15 \times 10^{-3}} + e^{-5.01 \cdot 15 \times 10^{-3}}) \\ \therefore t_1 &= 74.6 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

となる。150 mm のフィンは式 (11)、300 mm のフィンは式 (8) を用いて温度を算出し、その結果を表 2 に示す。

表 2 各フィンの測定温度と理論上の温度

| フィンの長さ l [mm] | 根元からの距離 x [mm] | 測定温度 t [°C] | 理論上の温度 t [°C] |
|-----------------|------------------|---------------|-----------------|
| 60 | 0 | 75.6 | 75.6 |
| | 15 | 71.7 | 74.6 |
| | 30 | 70.0 | 73.9 |
| | 45 | 69.8 | 73.4 |
| | 60 | 65.9 | 73.3 |
| 150 | 0 | 62.2 | 62.2 |
| | 37.5 | 54.1 | 58.4 |
| | 75 | 49.5 | 55.8 |
| | 112.5 | 47.6 | 54.2 |
| | 150 | 47.6 | 53.7 |
| 300 | 0 | 64.4 | 64.4 |
| | 75 | 49.5 | 52.1 |
| | 150 | 40.7 | 43.6 |
| | 225 | 36.6 | 37.8 |
| | 300 | 35.1 | 33.8 |

そして、表 2 の値を用いて測定値と理論上の温度分布を図 4~6 に示す。

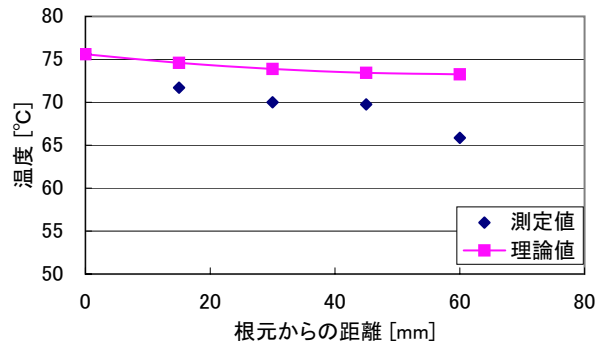


図 4 測定値と理論値の温度分布の比較 (60 mm のフィン)

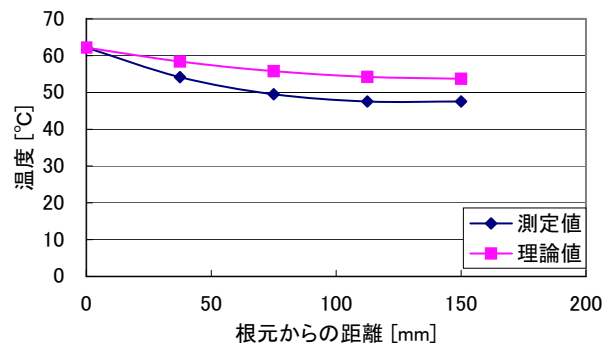


図 5 測定値と理論値の温度分布の比較 (150 mm のフィン)

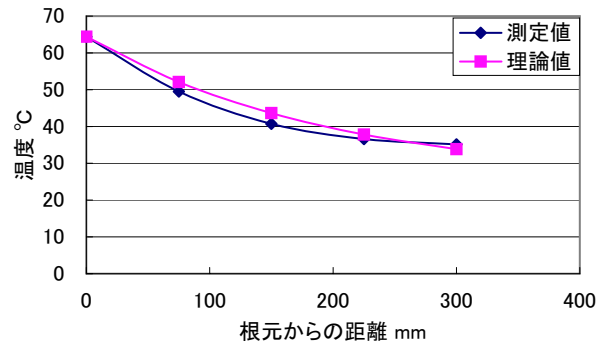


図6 測定値と理論値の温度分布の比較 (300 mm のフィン)

次に、全放熱量 Q_0 と熱放射量 Q_r を求める。例えば、フィンの長さが 60 mm の場合は式 (16) を用いて、

$$\begin{aligned}
 Q_0 &= \sqrt{hl_p \lambda S} (t_0 - t_\infty) \frac{1 - Be^{-2ml}}{1 + Be^{-2ml}} \text{ より} \\
 &= \sqrt{10.3 \cdot 2\pi \cdot 4 \times 10^{-3} \cdot 206 \cdot \pi \cdot (4 \times 10^{-3})^2} (75.6 - 25.1) \frac{1 - 0.994e^{-2 \cdot 5.01 \cdot 60 \times 10^{-3}}}{1 + 0.994e^{-2 \cdot 5.01 \cdot 60 \times 10^{-3}}} \\
 \therefore Q_0 &= 0.770 \text{ W}
 \end{aligned}$$

となる。150 mm のフィンは式 (12)、300 mm のフィンは式 (9) を用いて全放熱量を算出する。

そして、熱放射による熱量 Q_r はボルツマン定数 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ とアルミの研磨面の放射率 $\varepsilon = 0.04$ を用いて、

$$\begin{aligned}
 Q_r &= A\varepsilon\sigma(T_4^4 - T_\infty^4) \\
 &= 2\pi \cdot 4 \times 10^{-3} \cdot 60 \times 10^{-3} \times 0.04 \cdot 5.67 \left\{ \left(\frac{65.9 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{25.1 + 273}{100} \right)^4 \right\} \\
 \therefore Q_r &= 0.0181 \text{ W}
 \end{aligned}$$

となる。また、理論値は

$$\begin{aligned}
 Q_r &= A\varepsilon\sigma(T_4^4 - T_\infty^4) \\
 &= 2\pi \cdot 4 \times 10^{-3} \cdot 60 \times 10^{-3} \times 0.04 \cdot 5.67 \left\{ \left(\frac{73.3 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{25.1 + 273}{100} \right)^4 \right\} \\
 \therefore Q_r &= 0.0222 \text{ W}
 \end{aligned}$$

となる。以下同様に、他のフィンについて行い、その結果を表 3 に示す。

次に、全放熱量に対する熱放射の割合を求める。例えば、フィンの長さが 60[mm] の場合は表 3 の値を用いて、

$$\begin{aligned}
 \frac{Q_r}{Q_0} &= \frac{0.0181}{0.770} \\
 &= 0.024 \\
 \therefore \frac{Q_r}{Q_0} &= 2.4 \%
 \end{aligned}$$

となる．また，理論値は

$$\begin{aligned}\frac{Q_r}{Q_0} &= \frac{0.0222}{0.770} \\ &= 0.029 \\ \therefore \frac{Q_r}{Q_0} &= 2.9 \%\end{aligned}$$

となる．以下同様に，他のフィンについて行い，その結果を表 3 に示す．

表 3 各フィンの熱量

| フィンの長さ l [mm] | 全放熱量 Q_0 [W] | 熱放射量 Q_r [W] | | Q_r/Q_0 [%] | |
|-----------------|----------------|----------------|---------|---------------|------|
| | | 測定値 | 理論値 | 測定値 | 理論値 |
| 60 | 0.770 | 0.0181 | 0.0222 | 2.4 | 2.9 |
| 150 | 1.22 | 0.00912 | 0.0120 | 0.75 | 0.98 |
| 300 | 2.03 | 0.00381 | 0.00329 | 0.19 | 0.16 |

図 3 をみると，どの温度分布も単調減少の曲線を描いている．これは理論によると指数関数であるから，実験結果と理論は一致している．そして，図 4 と 5 をみると，測定値は理論値とずれているが，これは棒の温度が一樣になる前に測定したと考えられる．また，図 4 と 5 でフィン先端の測定値と理論値の温度誤差は，図 4 では $|(65.9 - 73.3)|/73.3 \times 100 = 10.1 \%$ ，図 5 では 11.4% である．どの場合も基本的に測定値の温度分布は理論値より低い，これは実験中に空気の流れがあり，多くの熱が奪われたと考えられる．

熱量については，短いフィンほど Q_r/Q_0 の値が大きいくことがわかる．これは，短いものほど熱伝導による熱量が小さくなり，そのため Q_r が大きくなると考えられる．また， Q_r の測定値と理論値の誤差は 60 mm では $|(0.0181 - 0.0222)|/0.0222 \times 100 = 18.5 \%$ ，150 mm では 24% ，300 mm では 15.8% となり，どれも誤差が大きい．これは実験中の空気の流れが原因と考えられる．そして，熱放射の占める割合は熱伝導や熱対流より非常に少ないということが分かる．

5. フィンの実用例

現在では，フィンエンジンを始め，ラジエーター，オイルクーラーなどの自動車・バイク用の部品からインタークーラーなどの航空機用部品，温水発生器やガス加熱器，エアコンに使われる空調用部品，CPU・MPU や電源などパソコンの電子部品，といった主に放熱用で使用されている．

参考 URL

http://www.hinopile.co.jp/product/fin_tube.html

<http://www.furukawa.co.jp/what/crimp021224.htm>

<http://www.kobelco.co.jp/alcu/newhp/technobook/p121.htm>

<http://ja.wikipedia.org/wiki/>

<http://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%89%E3%83%A9%E3%83%A0%E3%83%96%E3%83%AC%E3%83%BC%E3%82%AD>

<http://ja.wikipedia.org/wiki/>

<http://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%82%A4%E3%83%B3%E3%82%BF%E3%83%BC%E3%82%AF%E3%83%BC%E3%83%A9%E3%83%BC>